

МАТЕМАТИКА

1-10 сұрақтар бір ғана дұрыс жауаппен. [1 балл]

Вопросы 1 - 10 с одним правильным ответом. [1 балл]

1.

Сколько трёхзначных натуральных чисел имеют ровно две чётные цифры?

A. 130 B. 515 C. 215 D. 325 E. 450

Ответ: D

2.

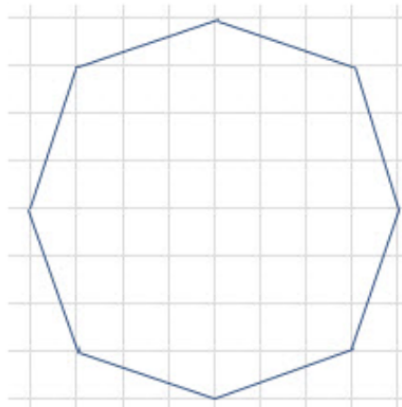
Сколько общих простых делителей имеют числа 2022 и 22002?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

Ответ: C

3.

Найдите площадь восьмиугольника.



A. 26 B. 50 C. 62 D. 36 E. 48

Ответ: E

4.

На острове Логика живут только рыцери и лжецы. Рыцери всего говорят правду, лжецы всегда лгут. Однажды два местных жителя Артан и Бартан встретились, и между ними произошёл следующий диалог.

Артан сказал: "Бартан, ты бы про меня сказал, что я рыцарь."

Бартана ответил: "А ты бы про меня сказал, что я лжец."

Определите кто из них кто.

- A. Оба рыцари.
- B. Оба лжецы
- C. Артан - рыцарь, Бартан - лжец
- D. Артан - лжец, Бартан - рыцарь
- E. Такой диалог невозможен.

Ответ: C

5. Теңдеуді шешіңіз: / Решите уравнение: $\sqrt{x+8} + 2 = x$.

- A. $\frac{5 - \sqrt{41}}{2}$ B. $\frac{5 + \sqrt{41}}{2}$ C. $\frac{4 - \sqrt{51}}{2}$ D. $\frac{4 + \sqrt{51}}{2}$ E. \emptyset

Ответ: B

6.

Один из катетов прямоугольного треугольника равен 15, а проекция другого катета на гипотенузу равна 16. Найдите диаметр окружности, описанной около этого треугольника.

- A. 16 B. 20 C. 25 D. 36 E. 40

Ответ: C

7.

При каких значениях параметра m квадратный трёхчлен

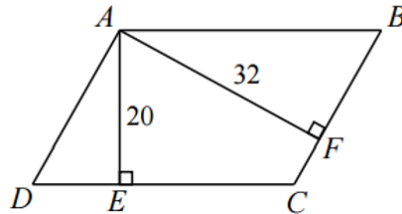
$$f(x) = x^2 + 3x + m^2 - 2m$$

имеет два действительных корня по разные стороны от числа (-3) ?

- A. $0 < m < 2$ B. $m < 0$ C. $m > 0$ D. $m > 2$ E. $m < 2$

Ответ: A

8.



На рисунке изображён параллелограмм. Точка E является основанием перпендикуляра AE на прямую DC , точка F – основание перпендикуляра AF на BC . Определите площадь четырёхугольника $AECF$, если $AE = 20$, $AF = 32$ и $\cos \angle EAF = \frac{1}{3}$.

- A. $308\sqrt{3}$ B. $302\sqrt{2}$ C. $286\sqrt{3}$ D. $282\sqrt{2}$ E. $342\sqrt{3}$

Ответ: B

9.

Сэм разложил конфеты по пяти банкам так, что ни одна банка не осталась пустой, и никакие две банки не содержат одинаковое число конфет. Также, в любых трёх банках в общем больше, чем в оставшихся двух вместе. Чему равно наименьшее возможное общее количество конфет?

- A. 30 B. 42 C. 38 D. 35 E. 46

Ответ: D

10.

Банка содержит 10 кг орехов. 2 кг их съели, добавили 2 кг изюма и хорошенько перемешали. Затем съели 2 кг смеси, добавили 2 кг изюма и снова перемешали. Каково отношение орехов к изюму в получившейся смеси?

- A. 4:3 B. 9:16 C. 3:4 D. 16:9 E. 1:1

Ответ: D

11-15 сұрақтар бір немесе бірнеше дұрыс жауаппен [2 ұпай]

Вопросы 11-15 с одним или несколькими правильными ответами [2 балла]

11.

Решите уравнение $\sqrt{x+11} - 6\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x+2} = 6$. Укажите все верные утверждения.

- A. Данное уравнение не имеет действительных корней.
- B. Данное уравнение имеет один действительный корень.
- C. Данное уравнение имеет два действительных корня.
- D. Все действительные корни уравнения положительны.
- E. Все действительные корни уравнения отрицательны.
- F. Уравнение имеет как положительные, так и отрицательные действительные корни.

Ответ: BD

12.

Известно, что $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$. Укажите все возможные значения $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.

- A. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\sqrt{5}$ E. $-\sqrt{5}$

Ответ: CE

13.

Арман выбрал нечётное число между 12^2 и 13^2 , которое делится на 3 и в котором присутствует цифра 5. Затем Арман вычислил сумму цифр выбранного числа. Какой результат получил Арман? Укажите все возможные варианты.

- A. 6 B. 9 C. 12 D. 15 E. 18

Ответ: ACD

14.

Пусть x – целое число. Известно, что число $2x^2 + 7x - 9$ делится на 19. Найдите

возможные остатки при делении числа x на 19.

A. 11 B. 5 C. 3 D. 9 E. 1

Ответ: BE

15.

Пусть точка I – центр вписанной окружности в треугольник ABC . Известно, что $\angle ABC = 50^\circ$. Укажите возможные значения $\angle AIC$.

A. 130° B. 125° C. 110° D. 115° E. 120°

Ответ: D

16. Есеп / Задача [5 ұпай / 5 баллов]

Пусть набор чисел $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{11})$ является перестановкой чисел $(1, 2, 3, \dots, 11)$, причём такой, что

$$a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > a_5 > a_6 \text{ и } a_6 < a_7 < a_8 < a_9 < a_{10} < a_{11}.$$

Примером такой перестановки может служить перестановка $(11, 7, 6, 5, 3, 2, 1, 4, 8, 9, 10)$. Определите общее количество таких перестановок.

Ответ: 252.

Решение.

Из условия ясно, что a_6 является самым наименьшим числом в перестановке, значит, $a_6 = 1$.

Остальные числа расположим в порядке убывания:

$$(11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2).$$

Выберем 5 чисел из 10 и запишем их вместо чисел a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 . Это можно сделать $C_{10}^5 = \frac{10!}{5!5!} = 252$ способами. Далее уберём выбранные числа, а оставшиеся числа запишем в возрастающем порядке. Эта операция однозначно задаёт $a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}$. Таким образом, общее количество перестановок, удовлетворяющих условию задачи равно 252.